Método de aproximação de raízes de qualquer índice n

Nícolas Fausto Ribeiro, 05 de abril de 2024

Campina Grande, Paraíba, Brasil

$$f(x) = \sqrt[n]{x}$$

- Existem duas raízes n-perfeitas entre uma raiz não exata $\sqrt[n]{x}$.
- A raiz mais próxima de $\sqrt[n]{x}$ determina a taxa de variação média para descobrir o valor aproximado desta raiz.

$f'(x)\ \sqrt[n]{x} = \frac{x^{\frac{1-n}{n}}}{n}$ (Regra da potência – derivadas)

➔ O número n-perfeito mais próximo da raiz arbitrária determinará a taxa de variação mais próxima no instante ($\sqrt[n]{x}$).

- Seja $\sqrt[n]{P}$ o número n-perfeito mais próximo de $\sqrt[n]{x}$. Considerando a definição de derivada como a taxa de variação instantânea entre pontos, esta mudança pode ser calculada pelo coeficiente angular: $\frac{\Delta y}{\Delta x}$. Nesta função, seu coeficiente angular é exatamente $\frac{x^{\frac{1-n}{n}}}{n}$. Aplicando-a no ponto P, pertencente à raiz perfeita mais próxima, será possível encontrar a aproximação da raiz não perfeita.
- Atribuindo k como o valor de $\sqrt[n]{P}$ e r_a a raiz aproximada a ser encontrada, temos:

$$\frac{P^{\frac{1-n}{n}}}{n} = \frac{k - r_a}{P - x}$$

Isolando r_a :

$r_a = k - \frac{(P-x)P^{\frac{1-n}{n}}}{n}$, *simplificando a fórmula:*

$$r_a = k - \frac{(P-x)\sqrt[n]{P^{1-n}}}{n} \rightarrow r_a = k - \frac{(P-x)\cancelto{k}{\sqrt[n]{P}}}{n\cancelto{P}{\sqrt[n]{P^n}}} \rightarrow \sqrt{r_a} \approx k \pm \frac{k(P-r_a)}{nP}$$

- k = Raiz perfeita → $k \in N$
- P = Radicando conjugado à raiz perfeita → $k^n = P$
- n = Índice do radical

Obs.: Caso a raiz a ser aproximada **seja maior que a raiz perfeita**, usa-se a **adição**; caso a raiz seja menor que a raiz perfeita, usa-se a **subtração.**